Лабораторная работа 1 **Теория исследования операций в управлении промыслом.**

**1.1 Цель работы**

Ознакомление с методами практического применения положений теории игр и исследования операций для решения задач тактического управления промыслом.

**1.2. Теоретическое обоснование работы**

Использование простых логических и формульных зависимостей, объединенных в алгоритмы, позволяет однозначно определить результат (сигнал управления) в одно - и многоконтурных (в одно - и многомерных) задачах управления. Но существуют задачи, в которых результат не может быть определен конкретной цифрой или ответом «да - нет». Это задачи *выбора решений.*

Выбор стратегии (порядка действий или принятие решений) требует волевого решения. Зачастую такое решение, принятое интуитивно, только на основании опыта и здравого смысла является далеко не лучшим.

Чем сложнее и дороже решаемая задача, тем менее допустимы волевые решения, тем большее значение приобретают научные методы, позволяющие заранее оценить последствия каждого решения, отбросить недопустимые варианты и рекомендовать наиболее удачные. К тому же, когда речь идет о мероприятиях, которые никогда ранее не проводились, классическая опора на «опыт и здравый смысл» в ряде случаев просто неосуществима. В этих случаях предварительные расчеты могут в известной мере заменить недостающей опыт.

Математическими расчетами, облегчающими принятие правильных решений, занимается одна из самых молодых научных дисциплин - *исследование операций* (возникновение ее обычно относят к годам второй мировой войны, когда в вооруженных силах США и Англии были сформированы специальные группы для научного обоснования решений в области организации боевых действий и их обеспечения. Сейчас, в связи с развитием техники, усложнением процессов управления, расширением масштабов проводимых мероприятия, методы исследования операций широко проникают в различные области мирной жизни).

Главный метод исследования операций - построение математической модели анализируемого процесса (т.е. операции). От подобранной математической модели зависит точность и результат исследования. При этом используются разделы классической и современной математики (линейное и динамическое программирование, теория вероятностей, теория информации, теория игр, теория массового обслуживания и др. ...). Опыт показывает, что наиболее удачные модели создаются специалистами, хорошо знакомыми с практическими аспектами задач и имеющими наряду с этим достаточную математическую подготовку, или жегруппами, объединяющими таких специалистов и математиков.

Задача исследования операции - выявить решения, которые по сравнению с другими обеспечивали бы операции более высокую эффективность. Под эффективностью операции подразумевается мера ее успешности, или, иными словами, степень ее приспособления к достижению поставленной цели. Количественный показатель эффективности операции называется критерием эффективности. От правильности выбора критерия эффективности во многом зависит исход исследования и его практическая ценность.

*Общая постановка задачи исследования операций.*

Пусть имеется какая-то задача (операция), на исход которой мы можем влиять, выбирая зависящие от нас параметры.

Эффективность этой операции характеризуется каким-то критерием *W*, который требуется обратить в максимум (случай, когда его требуется обратить в минимум,. не надо рассматривать отдельно, т.к. задача минимизации легко сводится к задаче максимизации, если, например, изменить знак критерия.

Сформулируем задачу исследования операций в общем математическом виде при условии, что математическая модель операции создана и позволяет вычислить критерий эффективности при любом выбранном решении.

***А. Простой случай.***

Даны:

*α1, α2,… αn* - заданные, заранее известные факторы (условия операции), на которые мы влиять не можем;

*β1, β2, …βm,* - факторы, которые мы можем выбрать в известных пределах (элементы решения);

*W* - критерий эффективности, зависящий от факторов обеих групп. Математическая модель этой функциональной зависимости может быть записана, в виде формулы:

*W = f(α1, α2,… αn; β1, β2,… βm)*

*Формулировка задачи исследования операций:*

При заданных параметрах *α1, α2,… αn* найти такие значения параметров *β1, β2, …βm,* которые обращают критерий эффективности в максимум.

***Б. Реальная схема.***

Даны:

*α1, α2,… αn* – заданные, заранее известные факторы (условия операции);

*β1, β2, …βm-* выбираемыефакторы, (элементы решения);

*х1, х2,… хk -* неизвестные факторы, значения которых нельзя предсказать заранее;

*W* - критерий эффективности, зависящий от факторов трех групп. Математическая модель критерия эффективности

*W = f(α1, α2,… αn; β1, β2,… βm; х1, х2,… хk)*

*Формулировка задачи:*

При заданных параметрах *α1, α2,… αn* с учетом неизвестных параметров *х1, х2,… хk* найти такие значения параметров *β1, β2,… βm*, которые по возможности обеспечивают максимум критерия *W*.

Т.е. реальная схема задачи исследования операций сводится к принятию решения в условиях неопределенности.

**1.3. Пример применения методов исследования операций для выбора стратегии промысла одиночного судна.**

Пусть промысловое судно работает в районе "В" обеспечивая ежесуточный выход готовой продукции 20 тонн, при плане 25 тонн. Рядом (время на переход минимально, соизмеримо с обработкой орудия лова) находится другой промысловый район "С", в котором возможно: "нет рыбы" (до 10т готовой продукции), "мало рыбы" (в среднем 18т готовой продукции за сутки), "много рыбы" (35т за сутки).

Требуется выбрать стратегию промыслового судна, т.е., распределить время работы судна в районах "В" и "С" таким образом, чтобы обеспечить выполнение (а, по возможности, и перевыполнение) плана.

Таким образом, имеем реальную схему задачи исследования операций.

Даны:

*Известные заранее заданные факторы:*

1. План по выпуску готовой продукции в сутки для промыслового судна - 25 тонн,

2. Фактический выпуск, по имеющимся уловам в данном районе "В", готовой продукции за сутки - 20 тонн.

*Известные факторы (элементы решения)*:

1. *tb* - время пребывания промыслового судна в районе "В" (определяющее стратегию "ожидание"),

2. *tс* - время пребывания промыслового судна в районе "С" (определяющее стратегию "поиск").

*Неизвестные факторы* - возможный выпуск готовой продукции в зависимости от уловов в районе "С":

1. В районе "С" нет рыбы. Выпуск в сутки готовой продукции в среднем 5 тонн (от 0 до 10 тонн).
2. В районе "С" мало рыбы. Выпуск в сутки в среднем 18 тонн готовой продукции (от 10 до 25 тонн).
3. В районе "С" много рыбы. Выпуск в сутки более 25тонн готовой продукции (35 тонн).

Критерий эффективности *W* равен разности между суточным выпуском готовой продукции и планом (25 тонн).

*Формулировка задачи:* При заданных параметрах фактического выпуска готовой продукции по имеющимся уловам в районе "В" за сутки (20 тонн) и плановому выпуску (25 т готовой продукции за сутки) с учетом неизвестных параметров - возможного выпуска готовой продукции в зависимости от уловов в районе "С" - найти такие значения параметров *tb* и *tс* (время пребывания промыслового судна в районе "В" и в районе "С"), которые по возможности обеспечивают минимум критерия *W* (разность между суточным выпуском готовой продукции и планом), т.е. минимум недовыполнения плана.

*Решение*. Исследование данной операции производится с привлечением математического аппарата теории игр. Составляется платежная матрица для различных стратегий промыслового судна и "природы". (Промысловое судно, выбирающее "ходы" "ожидание" или "поиск" и "природа", делающая "ходы" в районе "С" – стороны, выступающие в данной конфликтной ситуации.

Промысловое судно имеет две стратегии: первая - "осторожность", т.е. продолжать довольствоваться уловами в районе "В"; вторая - "поиск", т.е. искать рыбу в районе "С".

"Природа" имеет три стратегии в районе "С": первая - "нет рыбы", вторая -\_"мало рыбы", третья - "много рыбы". Определяются значения критерия *W* (платежей одной из сторон) дляразличных стратегий судна и "природы":

1. Судно - "осторожность" (т.е. работает в районе "В").

"Природа" - "нет рыбы".

*W1,1 = 20 - 25 = -5 тонн*

2. Судно - "осторожность".

"Природа" - "мало рыбы".

*W1,2 = 20 - 25 = -5 тонн*

3. Судно - "осторожность".

"Природа" - "много рыбы" (в районе "С"). В этой ситуации судно не только недовыполняет свой план ежесуточно на 5 тонн, но и отказывается от его перевыполнения.

*W1,3 = 20 - 35 = -15 тонн*

1. Судно - "поиск" (т.е. работает врайоне "С").

"Природа" - "нет рыбы" (в этом же районе), "мало рыбы", "много рыбы":

*W2,1 = 5 - 25 = -20 тонн*

*W2,2 = 18 - 25 = -7 тонн*

*W2,3 = 35 - 25 = +10 тонн*

Полученные значения критерия *W* заносятся в матрицу. Окончательно матрица платежей выглядит так (табл. 1)

Таблица 1.

Матрица платежей одиночного судна

|  |  |
| --- | --- |
| Стратегии промыслового судна | Стратегии "природы" (в районе "С") |
| "нет рыбы" | "мало рыбы" | "много рыбы" |
| 1. "Осторожность" (работа в районе "В") | -5 | -5 | -15 |
| 2. "Поиск" (работа в районе "С") | -20 | -7 | +10 |

Стратегия "природа" 2 подчинена 1-ой и 3-ей (платежи этой стратегии находятся в пределах, ограниченных платежами двух других стратегий), поэтому, согласно теории игр для нахождения оптимального способа действий промыслового судна эту стратегию "природы" можно исключить, т.е. перейти от матрицы 2x3 к матрице 2x2 (табл. 2)

Таблица 2.

Сокращенная матрица платежей одиночного судна

|  |  |
| --- | --- |
| Стратегии промыслового судна | Стратегии "природы" (в районе "С") |
| "нет рыбы" | "много рыбы" |
| 1. "Осторожность" (работа в районе "В") | -5 | -15 |
| 2. "Поиск" (работа в районе "С") | -20 | +10 |

Решения последней матрицы находятся из системы уравнений:

1. *tb+ tс=1* .

Общее время пребывания промыслового судна в районе "В" и "С" составляет какую-то условную единицу времени.

1. -5 *tb - 20 tс ≤ W1* .

Применяя смешанную стратегию, судно должно (при первой стратегии "природы" проигрывается 5 тонн готовой продукции при стратегии "осторожность" и 20 тонн - при стратегии "поиск") не проиграть больше какого-то платежа.

1. -15 *tb +10 tс ≤ W1* .

При третьей стратегии "природы" судно, проигрывая 15 тонн готовой продукции в сутки, при стратегии "осторожность" и выигрывая по 10 тонн при стратегии "поиск" также должно не проигрывать большетого же платежа.

Решаем систему трех уравнений с тремя неизвестными:

*tb+ tс=1*

-5 *tb - 20 tс ≤ W1*

-15 *tb +10 tс ≤ W1,*

которая имеет единственное решение после замены знака "*≤*" знаком "*=*".

Ответ: *tb=; tс=; W1= - 8,75 тонн,* откуда *tb: tс =:  = 3:1*

Иными словами: промысловое судно, применяя стратегию "осторожность" с частотой 3, а стратегию "поиск" с частотой 1 при любых стратегиях "природы" не проигрывает более 8,75 тонн готовой продукции в сутки. Возможный же выигрыш может существенно поправить дело.

Необходимо отметить, что выбор стратегий судна должен носить вероятностный характер, чтобы обеспечить случайное их чередование с требуемой частотой.

**1.4. Пример применения методов исследования операций для выбора стратегии группы промысловых судов.**

Предположим, что в условиях предыдущего примера работают 4 промысловых судна. Все условия те же. Требуется выбрать оптимальную стратегию группы.

Если флагман управляет четырьмя судами, то в его распоряжении 5 стратегий:

*Ф4,0* - все суда работают в районе "В", в районе "С" ни одного судна;

*Ф3,1* - три судна в районе "В", одно - в районе "С";

*Ф2,2* – два в районе "В" и два в районе "С";

*Ф1,3* - одно судно в района "B", три в районе "С";

*Ф0,4* - все суда работают в районе "С", в районе "В" судов не остается. Платежная матрица в этом случае имеет вид:

Таблица 3.

Платежная матрица группы промысловых судов

|  |  |
| --- | --- |
| Стратегия флагмана | Стратегия "природы" |
| "нет рыбы" | "много рыбы" |
| *Ф4,0* | -20 | -60 |
| *Ф3,1* | -35 | -35 |
| *Ф2,2* | -50 | -10 |
| *Ф1,3* | -65 | +15 |
| *Ф0,4* | -80 | +40 |

Решение данной матрицы возможно из различных систем уравнений, первым из которых является: *tфх+ tфу=1,* а два последующих определяются анализируемыми стратегиями, т.е., необходимо решить как минимум 10 систем уравнений. Однако, естественно предположить, что флагман остановится только на двух наиболее реальных стратегиях, например:

*Ф4,0* и *Ф3,1*

Тогда из системы уравнений

*tф4,0+ tф3,1=1*

-20 *t ф4,0 - 35 t ф3,1 ≤ W1*

-60 *tф4,0 -35 t ф4,0 ≤ W1*

находим: *tф4,0 = 0, tф3,1 = 1, W1 =-35* тонн

Т.е., придерживаясь стратегии *Ф3,1* флагман не проиграет более 35 тонн готовой продукции в сутки.

Если же флагман, к примеру, остановится на двух других стратегиях: *Ф4,0* и *Ф2,2,* то из системы уравнений следует:

*tф4,0+ tф2,2 = 1*

-20 *t ф4,0 - 50 t ф2,2 ≤ W1*

-60 *tф4,0 -10 t ф2,2 ≤ W1*

Т.е., придерживаясь стратегии *Ф4,0* (все суда в районе "В") с частотой 1 и стратегии *Ф2,2* (два судна в районе "В" и два судна в районе "С") также с частотой 1 флагман не проиграет более 35 тонн готовой продукции в сутки.

Выбор стратегии для группы судов так же, как и для одного судна, должен носить вероятностный характер.

**1.5 Порядок выполнения работы:**

1. Изучить общие сведения по выполнения настоящей лабораторной работы.
2. Произвести расчет выбора стратегии промысла одиночного судна, взяв данные из таблицы 4 по указанию преподавателя.
3. Доказать расчетами, что стратегия "мало рыбы" для "природы" является проигрышной.
4. Описать реализацию полученной стратегии.
5. Выбрать стратегию промысла для групп из 5-ти судов для тех же исходных данных.
6. Описать реализацию полученной стратегии.

Таблица 4.

Значения параметров по вариантам

| Вариант | Параметры |
| --- | --- |
| План по готовой продукции | Выпуск продукции в районе "В" | Выпуск продукции в районе "С", если "нет рыбы" | Выпуск продукции в районе "С", если "мало рыбы" | Выпуск продукции в районе "С", если "много рыбы" |
|  | 50 | 40 | 0 | 25 | 60 |
|  | 60 | 45 | 0 | 25 | 75 |
|  | 65 | 35 | 10 | 25 | 85 |
|  | 40 | 30 | 15 | 28 | 60 |
|  | 40 | 35 | 10 | 30 | 55 |
|  | 70 | 50 | 25 | 40 | 80 |
|  | 50 | 45 | 30 | 40 | 75 |
|  | 45 | 30 | 25 | 35 | 50 |
|  | 35 | 25 | 10 | 20 | 50 |
|  | 50 | 25 | 0 | 30 | 95 |
|  | 25 | 20 | 5 | 15 | 35 |
|  | 30 | 20 | 5 | 15 | 50 |
|  | 35 | 25 | 10 | 15 | 50 |
|  | 20 | 15 | 10 | 12 | 35 |
|  | 25 | 15 | 10 | 12 | 40 |
|  | 40 | 25 | 15 | 20 | 60 |
|  | 35 | 15 | 10 | 12 | 60 |
|  | 60 | 45 | 25 | 30 | 80 |
|  | 65 | 45 | 20 | 40 | 80 |
|  | 70 | 45 | 30 | 40 | 80 |

**1.6 Содержание отчета:**

1. Выбор стратегии промысла одиночного судна:

* расчет;
* доказательство проигрышности для "природы" стратегии "мало рыбы";
* описание реализации полученной стратегии.

2. Выбор стратегии для групп промысловых судов:

* расчет;
* описание реализации.

3. Общие выводы по рассмотренным примерам.

**Литература**

1. Ольховский B.Е. и др. Автоматизация промыслового судовождения и тактическое управление промыслом. М: Пищевая промышленность, 1970.

2. Вентцель Е.С. Исследование операций. М: Сов. Радио. 1972 - 552 с.